|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | **Домашнє завдання № 7**  **з дисципліни “Математичне моделювання систем та процесів”**  **студента групи КВ-64М**  **Подольського Сергія Валентиновича**      2011**.**  11 **.**  15  **(*рік*) (*місяць*) (*число*)** |

**Варіант № 1**

Система складається з тіла заданої маси, що закріплене на пружині при наявності згасання з наступними параметрами:

і при початкових умовах

Знайти рівняння руху в перехідному режимі, рівняння усталених періодичних коливань та побудувати їх графіки. Дослідити аналітично можливості виникнення практичного резонансу у даній системі та побудувати графік амплітуди усталених періодичних коливань в залежності від зовнішньої частоти.

Знайдемо рівняння усталених періодичних коливань.

Знайдемо частковий розв’язок неоднорідного рівняння:

Знайдемо перехідну складову.

Знайдемо загальний розв’язок однорідного рівняння:

Підставивши в рівняння , отримаємо характеристичне рівняння:

Розглянемо чисельник правої частини останнього рівняння:

Тоді

де кутова частота становить

Знайдемо .

(1)

При цьому

З іншої початкової умови

Поділимо вираз (2) на вираз (1), отримаємо

Звідси виразимо часову затримку коливань:

Виразимо із рівняння (1) і підставимо в вираз знайдене значення :

Перехідна складова матиме вигляд

Рівняння руху в перехідному режимі матиме вигляд:

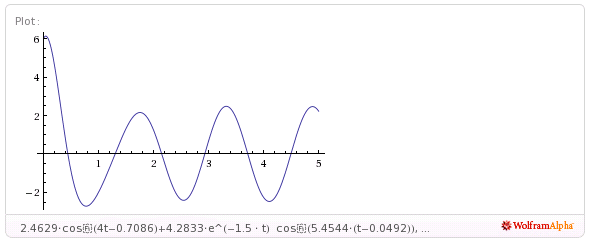


Рис.  1. Графік рівняння руху в перехідному режимі

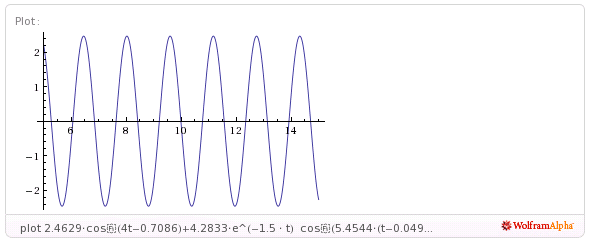


Рис.  2. Графік рівняння усталених періодичних коливань

Побудуємо графік амплітуди усталених періодичних коливань в залежності від зовнішньої частоти:

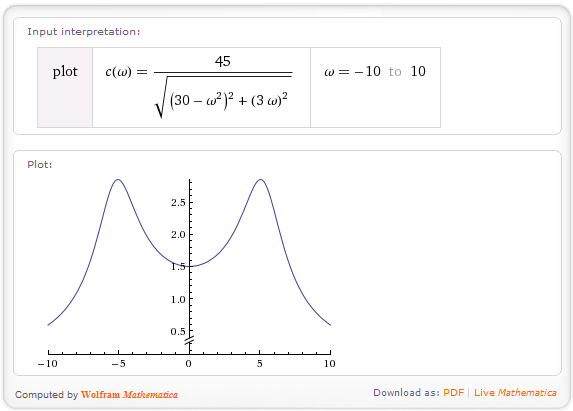


Рис.  3. Графік амплітуди усталених періодичних коливань в залежності від зовнішньої частоти

Дослідимо аналітично можливості виникнення практичного резонансу у даній системі. Знайдемо значення зовнішньої частоти, при якій спостерігається максимальне значення амплітуди. Для цього знайдемо значення зовнішньої циклічної частоти, яке мінімізує вираз під коренем у знаменнику функції .

Продиференціюємо дану функцію по та прирівняємо отриману похідну до нуля, отримаємо:

Тривіальний розв’язок:

Знайдемо другу похідну тієї ж функції:

Друга похідна тієї ж функції набуватиме додатного значення при допустимій частоті , отже при даній зовнішній кутовій частоті спостерігається максимальна амплітуда періодичних коливань.